

Inéquations réductibles au second degré

■ résoudre dans \mathbb{R}

$$1) 2x - 1 > \frac{2}{x-2}$$

$$2) \frac{x}{x+3} \geq \frac{1}{x-1}$$

$$3) \frac{x-2}{x} \leq \frac{x}{x+1}$$

$$4) \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-1} \geq \frac{2}{x-3}$$

$$5) \frac{2x-1}{x+1} \leq \frac{2}{x+3}$$

■ Solutions détaillées

$$1) 2x - 1 > \frac{2}{x-2}$$

obtenir 0 dans le second membre de l'inéquation

$$2x - \frac{2}{x-2} - 1 > 0$$

obtenir un produit ou un quotient

$$\frac{2x^2 - 5x}{x-2} > 0$$

racines du numérateur:

$$\left\{ 0, \frac{5}{2} \right\}$$

racines du dénominateur:

$$\{ 2 \}$$

tableau de signes:

x		0		2		$\frac{5}{2}$	
$\frac{2x^2-5x}{x-2}$	-	0	+		-	0	+

solution:

$$S =]0, 2[\cup]\frac{5}{2}, \rightarrow$$

$$2) \frac{x}{x+3} \geq \frac{1}{x-1}$$

obtenir 0 dans le second membre de l'inéquation

$$\frac{x}{x+3} - \frac{1}{x-1} \geq 0$$

obtenir un produit ou un quotient

$$\frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)(x+3)} \geq 0$$

2 | *inequationsdetail.nb*
racines du numérateur:

{-1, 3}

racines du dénominateur:

{-3, 1}

tableau de signes:

x		-3		-1		1		3	
$\frac{x^2-2x-3}{(x-1)(x+3)}$	+		-	0	+		-	0	+

solution:

$$S = \leftarrow, -3[\cup [-1, 1[\cup]3, \rightarrow$$

$$3) \frac{x-2}{x} \leq \frac{x}{x+1}$$

obtenir 0 dans le second membre de l'inéquation

$$\frac{x-2}{x} - \frac{x}{x+1} \leq 0$$

obtenir un produit ou un quotient

$$\frac{-x-2}{x(x+1)} \leq 0$$

racines du numérateur:

{-2}

racines du dénominateur:

{-1, 0}

tableau de signes:

x		-2		-1		0	
$\frac{-x-2}{x(x+1)}$	+	0	-		+		-

solution:

$$S = [-2, -1[\cup]0, \rightarrow$$

$$4) \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-1} \geq \frac{2}{x-3}$$

obtenir 0 dans le second membre de l'inéquation

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2} - \frac{2}{x-3} \geq 0$$

obtenir un produit ou un quotient

$$\frac{1-7x}{(x-3)(x-1)(x+2)} \geq 0$$

racines du numérateur:

{ $\frac{1}{7}$ }

racines du dénominateur:

{-2, 1, 3}

tableau de signes:

x		-2		$\frac{1}{7}$		1		3	
$\frac{1-7x}{(x-3)(x-1)(x+2)}$	-		+	0	-		+		-

solution:

$$S =]-2, \frac{1}{7}] \cup]1, 3[$$

$$5) \frac{2x-1}{x+1} \leq \frac{2}{x+3}$$

obtenir 0 dans le second membre de l'inéquation

$$\frac{2x-1}{x+1} - \frac{2}{x+3} \leq 0$$

obtenir un produit ou un quotient

$$\frac{2x^2+3x-5}{(x+1)(x+3)} \leq 0$$

racines du numérateur:

$$\left\{-\frac{5}{2}, 1\right\}$$

racines du dénominateur:

$$\{-3, -1\}$$

tableau de signes:

x		-3		$-\frac{5}{2}$		-1		1	
$\frac{2x^2+3x-5}{(x+1)(x+3)}$	+		-	0	+		-	0	+

solution:

$$S =]-3, -\frac{5}{2}] \cup]-1, 1]$$