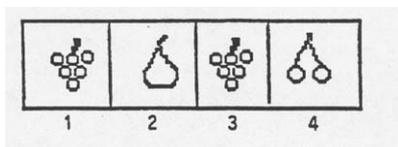


Préparation 2

- Dans une salle de jeu un appareil comporte 4 roues, chacune portant à sa périphérie 8 images de fruits différents: Ananas, Bananes, Cerises, Dattes, Fraises, Groseilles, Poires, Raisins.

Une mise de 1€ déclenche le fonctionnement de l'appareil pour une partie.
Chacune des quatre roues affiche au hasard dans une fenêtre un de ces 8 fruits.

Exemple d'affichage :



On admettra que tous les événements élémentaires sont équiprobables.

Calculez la probabilité des événements suivants :

E : on obtient quatre fruits identiques;

F : on obtient trois fruits identiques et trois seulement;

G : on obtient quatre fruits distincts.

Certains résultats permettent de gagner de l'argent :

50 € pour quatre fruits identiques; 5 € pour trois fruits identiques; 1 € pour quatre fruits distincts;

0 € pour les autres résultats.

Soit X la variable aléatoire qui à chaque résultat associe le gain indiqué ci-dessus (ne pas tenir compte de la mise).

- Quelle est la probabilité de l'événement "obtenir un gain non nul"?
- Déterminez l'espérance mathématique de X.
- Calculer l'écart-type.

- Solution

$$P(E) = \frac{8 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1}{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8} = \frac{1}{512} = 0.00195313$$

$$P(F) = 8 \times 4 \times \frac{1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 7}{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8} = \frac{7}{128} = 0.0546875 \quad \text{oubien} = \frac{C_8^2 \cdot 8}{8^4}$$

$$P(G) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8} = \frac{105}{256} = 0.410156 \quad \text{oubien} = \frac{C_8^4 \cdot 4!}{8^4}$$

$$a) P = P(E) + P(F) + P(G) = \frac{1}{512} + \frac{7}{128} + \frac{105}{256} = \frac{239}{512} = 0.466797$$

$$P(\text{gain nul}) = 1 - P(E) - P(F) - P(G) = 1 - \frac{1}{512} - \frac{7}{128} - \frac{105}{256} = \frac{273}{512} = 0.533203$$

b)

| x_i | p_i | $x_i p_i$ | $x_i^2 p_i$ |
|-------|-------------------|-------------------|--------------------|
| 50 | $\frac{1}{512}$ | $\frac{50}{512}$ | $\frac{2500}{512}$ |
| 5 | $\frac{28}{512}$ | $\frac{140}{512}$ | $\frac{700}{512}$ |
| 1 | $\frac{210}{512}$ | $\frac{210}{512}$ | $\frac{210}{512}$ |
| 0 | $\frac{273}{512}$ | 0 | 0 |

$$\sum 1 = \frac{400}{512} = \frac{3410}{512}$$

$$EX = \frac{25}{32} = 0.78125$$

$$c) V_X = \left(\frac{3410}{512} \right) - \left(\frac{25}{32} \right)^2 = \frac{6195}{1024} = 6.0498$$

$$\sigma_X = 2.45964$$

source: <http://www.maths-express.com/bac-exo/spe-es/proba-spe-es/index.htm>